

# Hauptnenner bilden

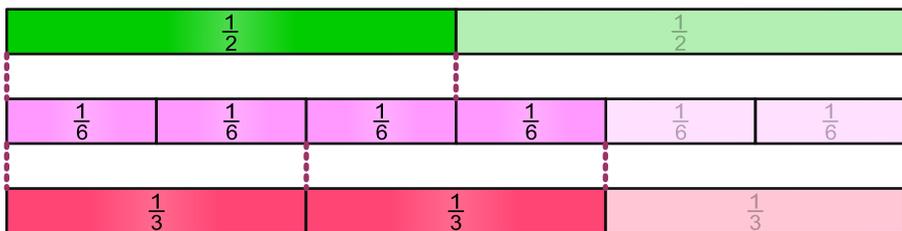
## Brüche gleichnamig machen

Wir können die Größen von Brüchen besonders gut vergleichen oder Brüche besonders gut addieren und subtrahieren, wenn sie gleiche Nenner haben.

Haben zwei Brüche unterschiedliche Nenner, können wir die Brüche *so* erweitern, dass die beiden erweiterten Brüche gleiche Nenner haben.

Schauen wir uns die Idee dazu an den Bruchstreifen an:

Wir haben die Brüche  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{2}{3}$ . Beide Brüche möchten wir *so* erweitern, dass die erweiterten Brüche gleiche Nenner haben. Dazu bieten sich die Sechstel an.



Wir erweitern  $\frac{1}{2}$  mit 3:  $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$

Und wir erweitern  $\frac{2}{3}$  mit 2:  $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$

Beide erweiterten Brüche haben den gleichen Nenner 6.

### Bezeichnungen

Den Vorgang, zwei oder mehr Brüche *so* zu erweitern, dass die erweiterten Brüche gleiche Nenner haben, nennen wir

- **auf den gleichen Nenner bringen**
- **auf gleiche Nenner erweitern**
- **Brüche gleichnamig machen**

Brüche mit gleichen Nennern bezeichnen wir als **gleichnamig**.  
Brüche, die nicht gleichnamig sind, heißen **ungleichnamig**.

Hier ist ein Beispiel ohne besondere Eigenschaften:

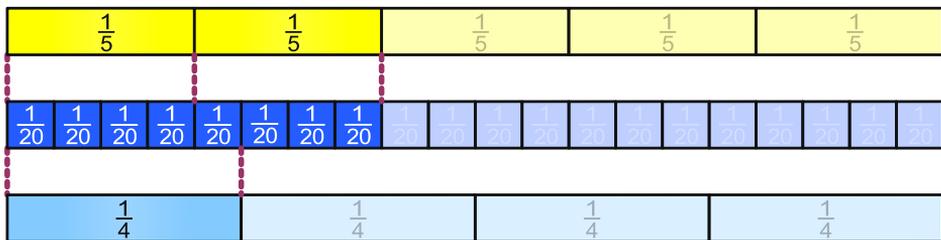
**Beispiel**

Wir möchten die beiden Brüche  $\frac{2}{5}$  und  $\frac{1}{4}$  auf den gleichen Nenner bringen. Dazu suchen wir ein gemeinsames Vielfaches der Nenner 5 und 4 und entscheiden uns für 20.

Wir erweitern  $\frac{2}{5}$  mit 4:  $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20}$

Und wir erweitern  $\frac{1}{4}$  mit 5:  $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{5}{20}$

Die beiden erweiterten Brüche haben den gleichen Nenner 20.



**Erst kürzen - dann erweitern**

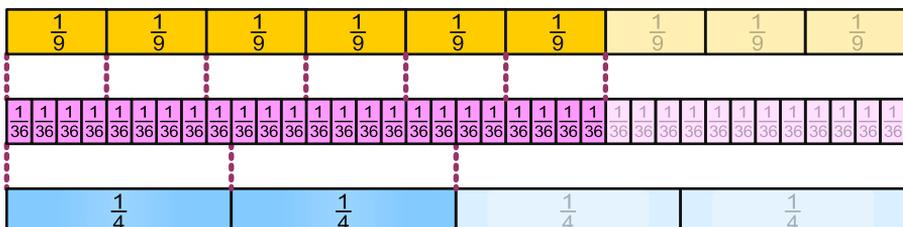
Wenn wir die gegebenen Brüche zunächst kürzen, bevor wir sie auf einen gemeinsamen Nenner erweitern, erhalten wir meist einen kleineren gemeinsamen Nenner. Das ist z. B. dann ganz praktisch, wenn wir die erweiterten Brüche addieren oder subtrahieren möchten. Wir werden uns deshalb angewöhnen, Brüche zu kürzen, bevor wir sie gleichnamig machen.

Betrachten wir dazu die Brüche  $\frac{6}{9}$  und  $\frac{2}{4}$ .

Wir können die Brüche - ohne zu kürzen - auf einen gemeinsamen Nenner bringen, indem wir jeden Bruch mit dem Nenner des jeweils anderen Bruchs erweitern. Also:

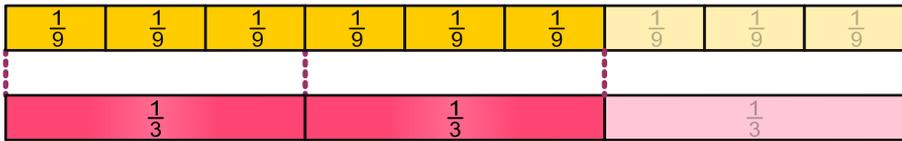
$$\frac{6}{9} = \frac{6 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{24}{36} \quad \text{und} \quad \frac{2}{4} = \frac{2 \cdot 9}{4 \cdot 9} = \frac{18}{36}$$

Der gemeinsame Nenner der erweiterten Brüche ist 36.

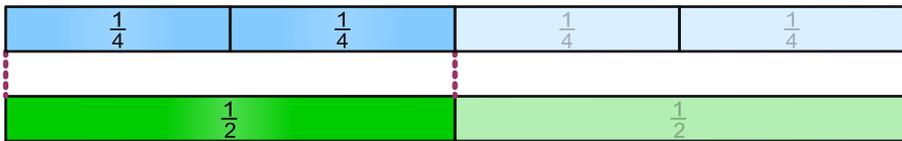


Nun sollen die Brüche zunächst gekürzt werden:

$$\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}$$



und  $\frac{2}{4} = \frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$ .



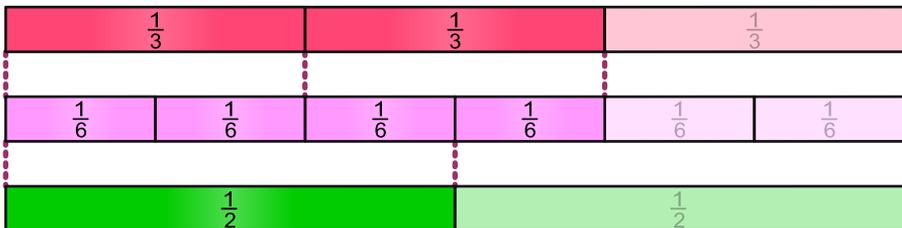
Nun bringen wir die gekürzten Brüche auf einen gleichen Nenner.

Ein gemeinsames Vielfaches der Nenner 3 und 2 ist 6.

Wir erweitern  $\frac{2}{3}$  mit 2:  $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$

Und wir erweitern  $\frac{1}{2}$  mit 3:  $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}$

Die beiden erweiterten Brüche haben den gleichen Nenner 6.



Wie wir sehen, erhalten wir einen kleineren gemeinsamen Nenner, wenn wir die Brüche zunächst kürzen, bevor wir sie gleichnamig machen.

## Auf das kgV erweitern

Wenn wir zwei Brüche auf den gleichen Nenner bringen, um sie z. B. zu addieren oder zu subtrahieren, möchten wir nicht mit unnötig großen Nennern rechnen. Deshalb erweitern wir die Brüche nicht auf *irgendeinen* gemeinsamen Nenner, sondern auf den *kleinsten* gemeinsamen Nenner. Der kleinste gemeinsame Nenner von zwei (oder mehr) Brüchen ist das kleinste gemeinsame Vielfache aller Nenner (das mit **kgV** abgekürzt wird). Der kleinste gemeinsame Nenner von zwei (oder mehr) Brüchen heißt auch **Hauptnenner**. Damit ist der Hauptnenner das kleinste gemeinsame Vielfache (**kgV**) aller Nenner.

Wie wir systematisch den Hauptnenner zweier Brüche finden können, sehen wir in diesem Beispiel:

### 1. Welche Brüche?

Wir möchten die beiden Brüche  $\frac{3}{4}$  und  $\frac{5}{6}$  auf den Hauptnenner bringen.

### 2. Kürzen?

Zunächst prüfen wir, ob die Brüche kürzbar sind und stellen fest, dass das nicht der Fall ist.

### 3. kgV bilden

Wir bilden nun Vielfache der Nenner:

Vielfache von 4 sind: 4; 8; **12**; 16; 20; 24; ...

Vielfache von 6 sind: 6; **12**; 18; 24; ...

Das kleinste gemeinsame Vielfache beider Nenner haben wir **rot** markiert.

#### 4. kgV durch Nenner teilen

Um herauszufinden, mit welcher Zahl wir  $\frac{3}{4}$  erweitern müssen, um auf den Hauptnenner 12 zu kommen, können wir den Hauptnenner - also das kleinste gemeinsame Vielfache kgV - durch den Nenner des Bruchs teilen. Also:

$$\frac{12}{4} = 3$$

Um herauszufinden, mit welcher Zahl wir  $\frac{5}{6}$  auf den Hauptnenner erweitern, teilen wir ebenfalls den Hauptnenner 12 durch den Nenner dieses Bruchs.

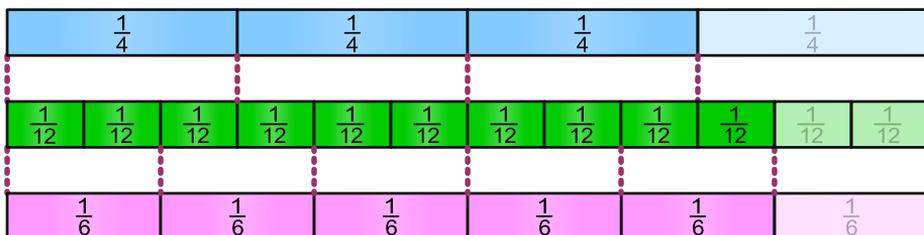
$$\frac{12}{6} = 2$$

#### 5. Erweitern

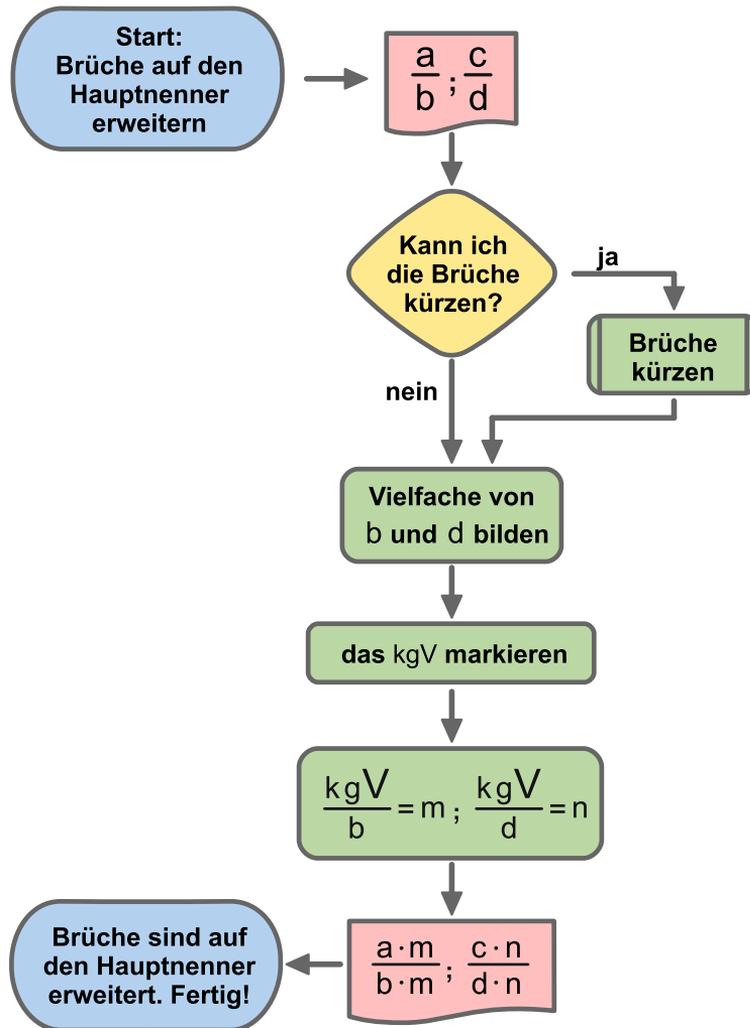
Wir erweitern  $\frac{3}{4}$  mit 3:  $\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}$

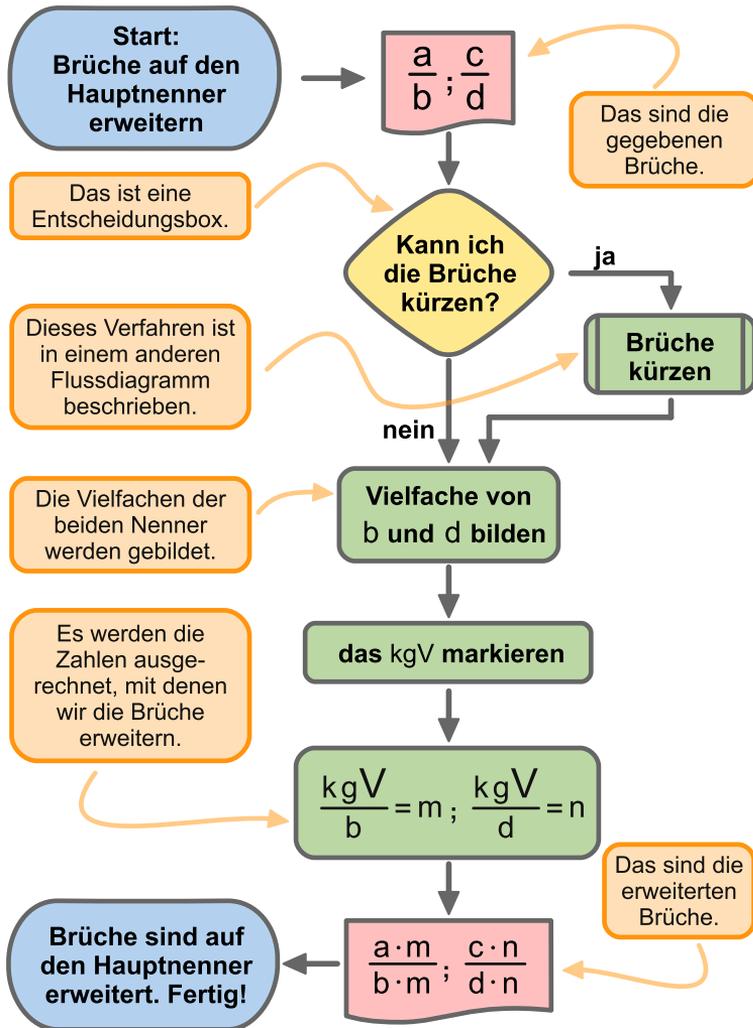
Und wir erweitern  $\frac{5}{6}$  mit 2:  $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$

Wir haben nun beide Brüche auf den Hauptnenner 12 erweitert.



Den Vorgang, Brüche auf den Hauptnenner zu bringen, können wir auch durch ein Flussdiagramm beschreiben. Hier ist zunächst das Flussdiagramm ohne Kommentare. Auf der nächsten Seite ist das gleiche Diagramm mit Kommentaren abgebildet.







**Beispiel 2:** Ein Nenner ist ein Vielfaches des anderen Nenners.

Wir möchten  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{7}{9}$  auf den Hauptnenner bringen. Weil  $3 \cdot 3 = 9$  ist, ist der Nenner von  $\frac{7}{9}$  ein Vielfaches der Nenners von  $\frac{2}{3}$ . Deshalb ist 9 der Hauptnenner. Um beide Brüche auf den Hauptnenner zu bringen, brauchen wir also nur den ersten Bruch mit 3 zu erweitern. Wir können aber auch unser Verfahren durchziehen.

### 1. Welche Brüche?

Wir möchten die beiden Brüche  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{7}{9}$  auf den Hauptnenner bringen.

### 2. Kürzen?

Zunächst prüfen wir, ob die Brüche  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{7}{9}$  kürzbar sind und stellen fest, dass wir die Brüche nicht kürzen können.

### 3. kgV bilden

Wir bilden nun Vielfache der Nenner:

Vielfache von 3 sind: 3; 6; **9**; 12; 15; ...

Vielfache von 9 sind: **9**; 18; 27; ...

Das kleinste gemeinsame Vielfache beider Nenner haben wir **rot** markiert.

### 4. kgV durch Nenner teilen

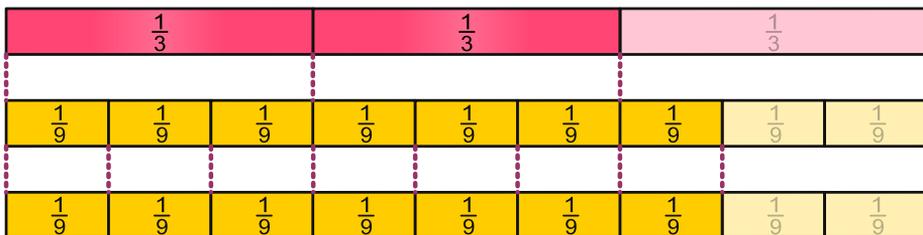
$$9 : 3 = 3 \text{ und } 9 : 9 = 1$$

### 5. Erweitern

Wir erweitern  $\frac{2}{3}$  mit 3:  $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}$

Und wir erweitern  $\frac{7}{9}$  mit 1:  $\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 1}{9 \cdot 1} = \frac{7}{9}$

Wir haben nun beide Brüche auf den Hauptnenner 9 erweitert.



**Beispiel 3:** Die Nenner haben gemeinsame Teiler.

Wir möchten  $\frac{3}{8}$  und  $\frac{5}{6}$  auf den Hauptnenner bringen. Weil beide Nenner gemeinsame Teiler haben, ist der Hauptnenner kleiner als das Produkt beider Nenner.

### 1. Welche Brüche?

Wir möchten die beiden Brüche  $\frac{3}{8}$  und  $\frac{5}{6}$  auf den Hauptnenner bringen.

### 2. Kürzen?

Zunächst prüfen wir, ob die Brüche  $\frac{3}{8}$  und  $\frac{5}{6}$  kürzbar sind und stellen fest, dass wir die Brüche nicht kürzen können.

### 3. kgV bilden

Wir bilden nun Vielfache der Nenner:

Vielfache von 8 sind: 8; 16; 24; 32; 40; ...

Vielfache von 6 sind: 6; 12; 18; 24; 30; 36; ...

Das kleinste gemeinsame Vielfache beider Nenner haben wir rot markiert.

### 4. kgV durch Nenner teilen

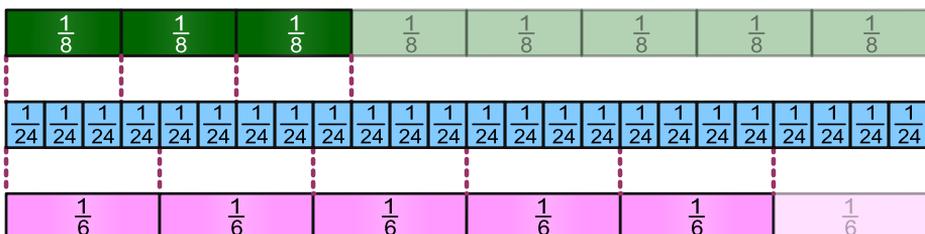
$$24 : 8 = 3 \text{ und } 24 : 6 = 4$$

### 5. Erweitern

Wir erweitern  $\frac{3}{8}$  mit 3:  $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$

Und wir erweitern  $\frac{5}{6}$  mit 4:  $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$

Wir haben nun beide Brüche auf den Hauptnenner 24 erweitert.





**Beispiel 5:** Beide Brüche sind kürzbar.

Wir möchten  $\frac{7}{35}$  und  $\frac{55}{66}$  auf den Hauptnenner bringen. Würden wir nicht kürzen, sondern einfach die Nenner miteinander multiplizieren, wäre der gemeinsame Nenner 2310. Für alle weiteren Rechnungen mit diesen Brüchen wäre das recht umständlich.

### 1. Welche Brüche?

Wir möchten die beiden Brüche  $\frac{7}{35}$  und  $\frac{55}{66}$  auf den Hauptnenner bringen.

### 2. Kürzen?

Wir kürzen die Brüche:  $\frac{7}{35} = \frac{7:7}{35:7} = \frac{1}{5}$ ;  $\frac{55}{66} = \frac{55:11}{66:11} = \frac{5}{6}$

Ab jetzt suchen wir den Hauptnenner von  $\frac{1}{5}$  und  $\frac{5}{6}$ .

### 3. kgV bilden

Wir bilden nun Vielfache der Nenner:

Vielfache von 5 sind: 5; 10; 15; 20; 25; **30**; 35; ...

Vielfache von 6 sind: 6; 12; 18; 24; **30**; 36; ...

Das kleinste gemeinsame Vielfache beider Nenner haben wir **rot** markiert.

### 4. kgV durch Nenner teilen

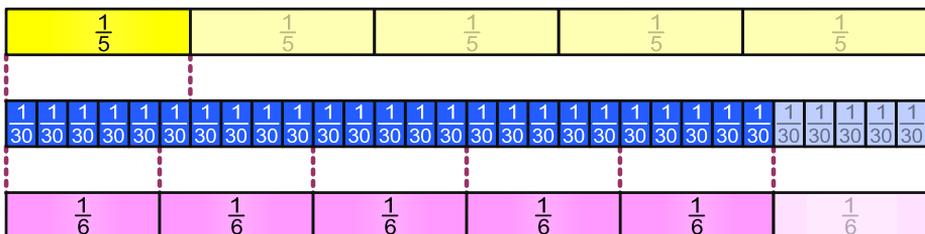
$$30 : 5 = 6 \text{ und } 30 : 6 = 5$$

### 5. Erweitern

Wir erweitern  $\frac{1}{5}$  mit 6:  $\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{6}{30}$

Und wir erweitern  $\frac{5}{6}$  mit 5:  $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{25}{30}$

Wir haben nun beide Brüche auf den Hauptnenner 30 erweitert.



**Beispiel 6:** Die Nenner der gekürzten Brüche haben gemeinsame Teiler.  
Wir möchten  $\frac{28}{40}$  und  $\frac{39}{75}$  auf den Hauptnenner bringen. Die Nenner der gekürzten Brüche haben gemeinsame Teiler, sodass das kgV kleiner ist als das Produkt dieser Nenner.

### 1. Welche Brüche?

Wir möchten die beiden Brüche  $\frac{28}{40}$  und  $\frac{39}{75}$  auf den Hauptnenner bringen.

### 2. Kürzen?

Wir kürzen die Brüche:  $\frac{28}{40} = \frac{28:4}{40:4} = \frac{7}{10}$ ;  $\frac{39}{75} = \frac{39:3}{75:3} = \frac{13}{25}$

Ab jetzt suchen wir den Hauptnenner von  $\frac{7}{10}$  und  $\frac{13}{25}$ .

### 3. kgV bilden

Wir bilden nun Vielfache der Nenner:

Vielfache von 10 sind: 10; 20; 30; 40; **50**; 60; ...

Vielfache von 25 sind: 25; **50**; 75; ...

Das kleinste gemeinsame Vielfache beider Nenner haben wir **rot** markiert.

### 4. kgV durch Nenner teilen

$$50 : 10 = 5 \text{ und } 50 : 25 = 2$$

### 5. Erweitern

Wir erweitern  $\frac{7}{10}$  mit 5:  $\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 5}{10 \cdot 5} = \frac{35}{50}$

Und wir erweitern  $\frac{13}{25}$  mit 2:  $\frac{13}{25} = \frac{13 \cdot 2}{25 \cdot 2} = \frac{26}{50}$

Wir haben nun beide Brüche auf den Hauptnenner 50 erweitert.

