

Anschauliche Begründung der Kehrwertregel - Messen

In der Mathematik hat sich die folgende Regel durchgesetzt:

Es wird durch einen Bruch geteilt, indem mit dem Kehrwert multipliziert wird.

Verwenden wir Variablen, können wir das sehr kurz aufschreiben:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Dabei stehen a , b , c und d für natürlichen Zahlen, wobei b und d größer als 0 sein sollen.

Es gibt mehrere Möglichkeiten, dem Teilen von Zahlen eine Bedeutung zuzuweisen. Eine davon ist die Idee des Messens. Dabei fragen wir uns, wie oft der Divisor auf den Dividenden passt.

Wenn wir z.B. 12 durch 3 teilen, erhalten wir 4, weil 3 viermal auf die 12 passt.

Mit dieser Idee können wir auch „kleine“ durch „große“ Zahlen teilen. Dann stellen wir die Frage aber etwas anders:

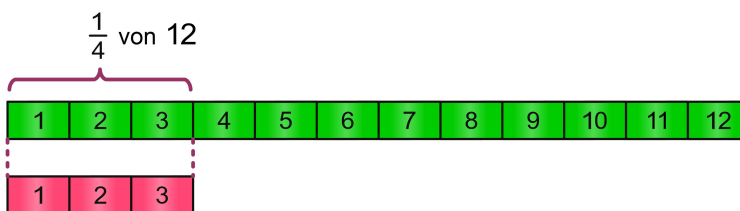
Wenn wir z.B. 3 durch 12 teilen, fragen wir nicht, wie oft 12 auf 3 passt, sondern wir fragen:

- Welcher Teil von 12 passt auf 3.

oder auch:

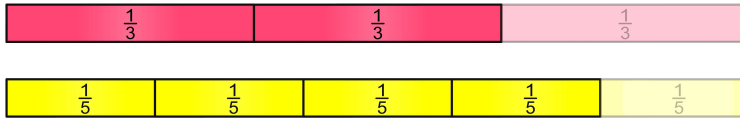
- Wie viel von 12 passt auf 3?

Die Antwort ist $\frac{1}{4}$, weil $\frac{1}{4}$ von 12 auf 3 passt.

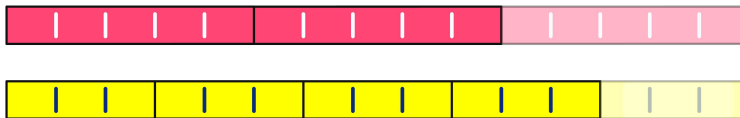


Wenn wir Brüche teilen, stellen wir die gleiche Frage. Z.B. können wir die Aufgabe $\frac{2}{3} : \frac{4}{5}$ so formulieren: Welcher Teil von $\frac{4}{5}$ passt auf $\frac{2}{3}$?

Um uns die Rechnung vorstellen zu können, legen wir uns die Bruchstreifen zurecht.



Um die Frage, wie viel von $\frac{4}{5}$ auf $\frac{2}{3}$ passt, beantworten zu können, teilen wir die Brüche in kleinere Einheiten ein. Alle Drittel teilen wir in 5 und alle Fünftel teilen wir in 3 Einheiten ein. Alle kleinen Einheiten sind nun gleich groß.



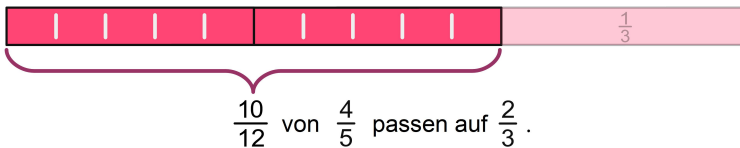
Auf den 4 Fünfteln befinden sich nun $3 \cdot 4 = 12$ Einheiten.

Also ist jede Einheit $\frac{1}{12}$ von $\frac{4}{5}$.



Auf den 2 Dritteln befinden sich $2 \cdot 5 = 10$ dieser Einheiten.

Also passen $\frac{10}{12}$ von $\frac{4}{5}$ auf $\frac{2}{3}$.



Die Rechnung schreiben wir so auf:

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{10}{12} = \frac{10 : 2}{12 : 2} = \frac{5}{6}$$

Also haben wir als Ergebnis: $\frac{5}{6}$ von $\frac{4}{5}$ passen auf $\frac{2}{3}$.