Warum ist 2 hoch 0 gleich 1 ?

Das mit den Potenzen ist so eine Sache in der Mathematik. Es fängt ganz einfach an: Es ist z. B. $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$, weil die „Hochzahl“, die eigentlich Exponent heißt, angibt, wie oft die Zahl 2 multipliziert werden soll. Entsprechend ist $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ und $2^2 = 2 \cdot 2 = 4$.

Wenn wir uns aber fragen, was 2^1 oder 2^0 sein könnte, wird es plötzlich viel komplizierter. Betrachtet man die Tatsache, dass wir beim Ausschreiben der Potenz 2^3 den Faktor 2 dreimal hingeschrieben haben und dass wir beim Ausschreiben der Potenz 2^2 den Faktor 2 zweimal hingeschrieben haben, entbehrte es nicht einer gewissen Logik, wenn 2^1 gleich 2 wäre. Allerdings ist die 2 nun kein Faktor mehr, wenn sie einfach so in der Landschaft herumsteht. Und was machen wir mit 2^0? Nichts hinschreiben?

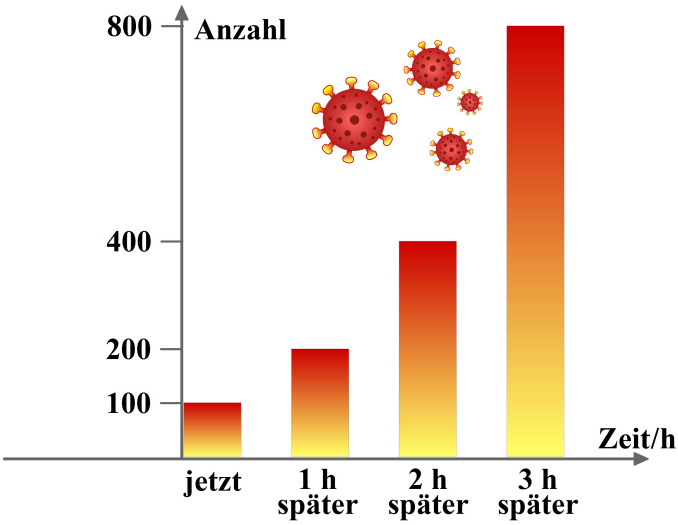

Abb. 1 Anzahlen der Viren

Um zu sinnvollen Ergebnissen zu kommen, können wir uns einmal das Wachstum von Viren vorstellen (siehe Abb. 1) Angenommen, es gibt irgendwo 100 Viren, die sich so vermehren, dass sie ihre Anzahl jede Stunde verdoppeln. Dann gibt es jetzt 100 Viren, in einer Stunde gibt es 200, in zwei Stunden 400 und in drei Stunden 800 Viren.

Wir berechnen die Anzahl der Viren nach einer Stunde, indem wir die jetzige Anzahl der Viren mit 2 multiplizieren. Die Anzahl nach zwei Stunden erhalten wir, indem wir mit 2^2 multiplizieren und die Anzahl nach drei Stunden, indem wir mit 2^3 multiplizieren (Abb. 2).

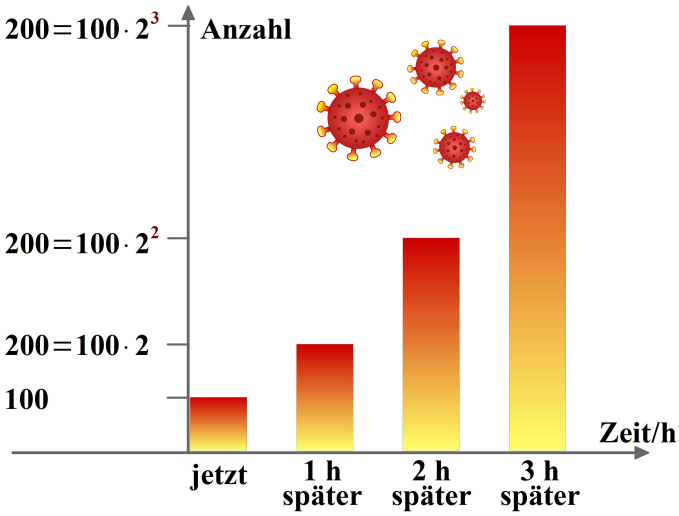

Abb. 2 Berechnung der Anzahlen

Wenn die Exponenten bei der Multiplikation mit 2^2 und 2^3 angeben, wie oft wir mit 2 multipliziert haben, ist es sinnvoll, $200 = 100 \cdot 2^1$ zu schreiben, da wir 100 einmal mit 2 multiplizieren, um auf 200 zu kommen.

Wie oft müssen wir denn 100 mit 2 multiplizieren, damit das Ergebnis 100 herauskommt? Richtig: Gar nicht! Also $100 = 100 \cdot 2^0$. Damit sich aber am Ergebnis 100 nichts ändert, wenn wir 100 mit 2^0 multiplizieren, muss gelten:

$$2^0 = 1$$

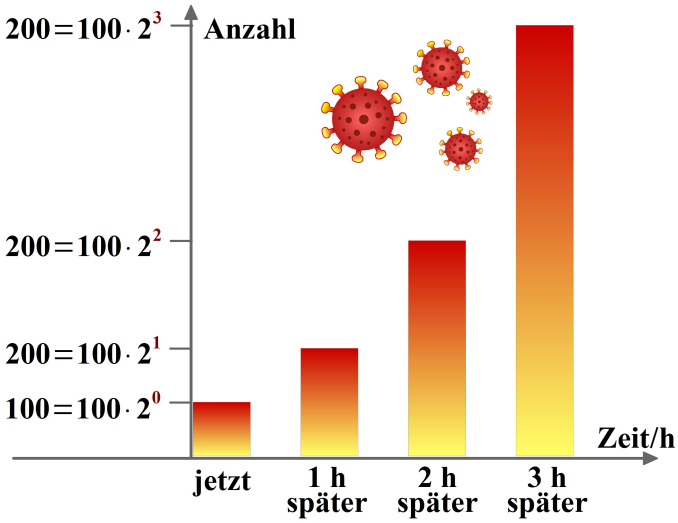

Abb. 3 $2^0 = 1$

Man mag sich aber fragen, ob man in der Mathematik denn einfach so etwas definieren kann. Nun, im Prinzip ja. Wie sinnvoll eine jeweilige Definition ist, ist allerdings fraglich. Die folgenden Definitionen werden sich vermutlich nicht durchsetzen.

Definition 1 $2+2=5$

Definition 2 $a\cdot(b+c)=a\cdot b+c$

Definition 3 $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a+c}{b+c}$

Andererseits vollzieht sich mathematischer Fortschritt üblicherweise auch durch neue Definitionen. So könnte Definition 3 als Grundlage einer neuen Bruchrechnung dienen. Ob diese Bruchrechnung dann in irgendeiner Weise besser ist als die bisherige, müssten dann vielleicht deren Befürworter erklären.

Wie steht es nun mit unserer Definition $2^0 = 1$? Ist diese Definition sinnvoll?
Wenn wir mit dieser Definition (zusammen mit noch weiteren Definitionen) die Funktion

$$f(x) = 100\cdot 2^x$$

definieren, erhalten wir den in Abb. 4 dargestellten Graphen. Dieser beschreibt zu jedem denkbaren Zeitpunkt das Wachstum der Viren. Jede andere Definition von 2^0 würde den Graphen kaputt machen. Das ist schon ein ziemlich starkes Argument!

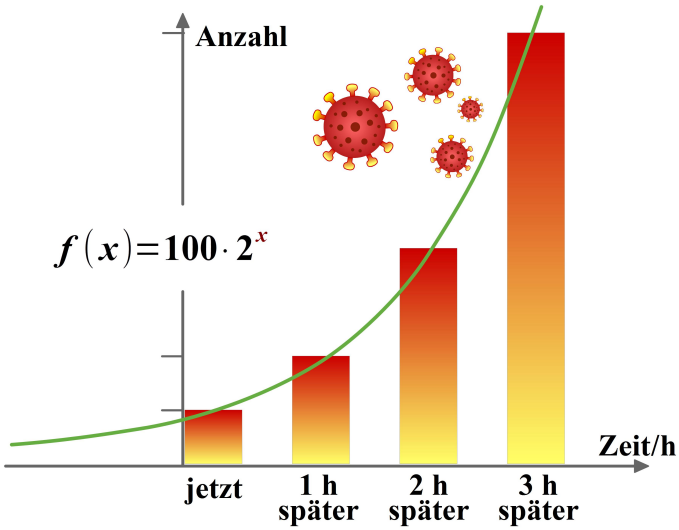

Abb. 4 Wachstumsfunktion